Etablir un tableau de variations

La construction d'un tableau de variations est une étape fondamentale dans l'étude des fonctions en mathématiques, car il résume la croissance et la décroissance de la fonction, ainsi que ses extremums (maximums et minimums).

Le tableau est principalement basé sur l'étude du signe de la dérivée de la fonction.

5 Étapes pour construire un Tableau de Variations. Voici la méthode standard, appliquée aux fonctions dérivables.

Étape 1 : Déterminer le Domaine de Définition (D_f)

Identifiez l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles la fonction $f(x)$ est définie.

Notez les éventuelles valeurs interdites (par exemple, les valeurs qui annulent un dénominateur ou celles qui rendent un terme sous une racine carrée négatif). Ces valeurs seront marquées par une double barre dans le tableau.

Étape 2 : Calculer la Dérivée ($f'(x)$)

Utilisez les règles de dérivation pour calculer l'expression de la fonction dérivée $f'(x)$.
C'est le signe de cette dérivée qui vous donnera les variations de la fonction d'origine f.

Étape 3 : Trouver les Points Critiques

Résolvez l'équation $f'(x) = 0$. Les solutions de cette équation sont les points critiques (ou extrémums potentiels) où la fonction change de sens de variation (passage de croissance à décroissance ou inversement).

Placez ces valeurs, ainsi que les bornes de D_f et les valeurs interdites, sur la première ligne (x) de votre tableau, par ordre croissant.

Étape 4 : Étudier le Signe de la Dérivée ($f'(x)$)

Créez un tableau de signes pour la dérivée $f'(x)$ sur les intervalles définis par les points critiques.
Placez un 0 dans la ligne $f'(x)$ sous chaque point critique.

Placez une double barre sous les valeurs interdites.

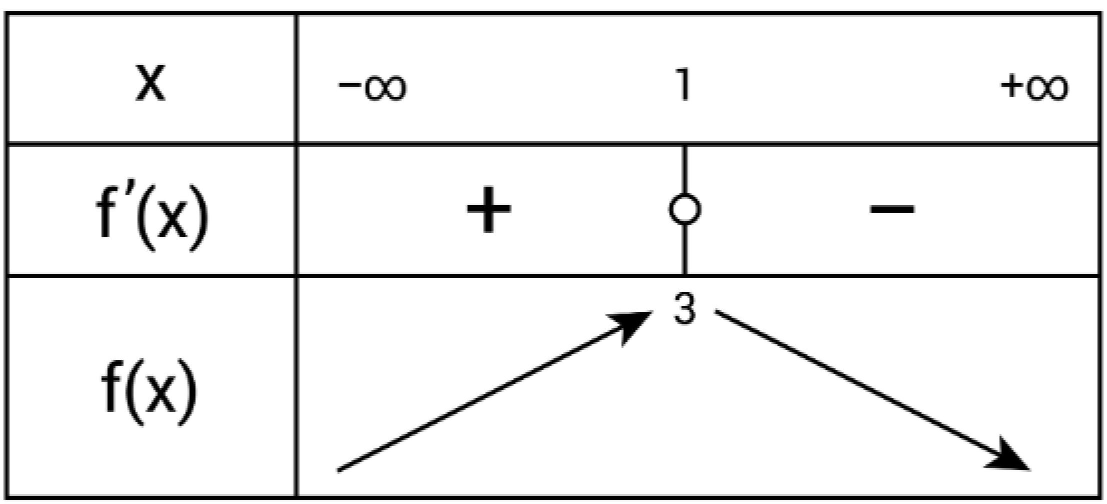
Règle fondamentale :

- Si $f'(x) > 0$ (positif) sur un intervalle, alors f est croissante sur cet intervalle.
- Si $f'(x) < 0$ (négatif) sur un intervalle, alors f est décroissante sur cet intervalle.

Étape 5 : Compléter le Tableau de Variations ($f(x)$)

Utilisez les signes de $f'(x)$ pour dessiner les flèches dans la dernière ligne ($f(x)$).
Une flèche qui monte (↗) pour un signe positif.
Une flèche qui descend (↘) pour un signe négatif.

Calculer les valeurs : Calculez les valeurs de la fonction $f(x)$ d'origine aux points critiques et aux bornes de l'ensemble de définition (limites).



Structure du Tableau

Le tableau est généralement structuré en trois lignes principales : x, $f'(x)$ et $f(x)$

Pour la ligne x : On reporte les bornes du domaine de définition D_f, les valeurs interdites (sous fore de double barre).

Pour la ligne $f'(x)$, on note le signe de la dérivée : Les signes (+ ou -) sur chaque intervalle et les points critiques pour lesquels la dérivée s'annule et annonce un changement de sens de la courbe ($f'(x) = 0$) apparaissent dans le tableau

Pour la ligne $f(x)$, on note les variations de la fonction : Flèches (↗ pour croissant, ↘ pour décroissant) et valeurs (images ou limites) aux bornes et aux extremums. Les valeurs aux pointes des flèches correspondent aux extremums locaux (maximums ou minimums).

Si on veut aussi étudier la convexité de la fonction, on peut ajouter une quatrième ligne avec la dérivée seconde de $f(x)$ que l'on intercale entre celle de $f'(x)$ et $f(x)$.